

# "Математическая Вертикаль" 24 марта 2019г., г.Москва

## Вариант 2

1. Если затраты на покупку акций выросли на 98%, а стоимость акции увеличилась на 20%, то как изменилось количество купленных акций (в процентах)? В ответе укажите, уменьшилось или увеличилось и на сколько процентов?

2. Решите уравнение:  $x + \frac{1}{x} - 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 8 = 0$ .

3. Решить неравенство:

$$\frac{\left(x - \lg_{\frac{\pi}{8}}\left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)\right)^3}{x^5} \geq 0$$

4. Допуская, что стрелки часов движутся без скачков, определите, через какое время после того, как часы показывали 2ч, минутная стрелка догонит часовую.

5. При каких значениях  $a$  сумма квадратов корней уравнения

$$x^2 - ax - 7a - 3 = 0$$

будет наименьшей?

6. Постройте график (схематично):

$$f(x) = \sqrt{9x^2 - 6x + 1} - (\sqrt{7 - 3x})^2$$

7. При каких значениях параметра  $a$  система не имеет решений:

$$\begin{cases} 2x + ay = 3 \\ (a + 2)x + 4y = -3 \end{cases}$$

8. В условиях плохой связи телефон пытается передать СМС. Если попытка неудачна, то телефон делает новую. Вероятность успеха при каждой отдельной попытке равна 0,03. Количество попыток ограничено пятьюдесятью. Какова вероятность того, что СМС удастся передать? (Не обязательно производить вычисление до конца).

9. Посетителей кинотеатра после сеанса попросили оценить просмотренный фильм по шкале от 1 до 5. Опросом занимались двое людей: один узнал мнение зрителей, сидевших в левой, а другой – в правой половине зала, а затем результаты объединили. Какая средняя оценка (с точностью до второго знака после запятой) при этом получилась?

Результаты опроса левой половины зала:

– Количество опрошенных: 31

– Средняя оценка 2.87

Результаты опроса правой половины зала даны в таблице:

Оценка	Количество опрошенных
1	0
2	8
3	8
4	11
5	3

10. Найдите отношение радиуса окружности, описанной около прямоугольного треугольника с углом  $45^\circ$ , к радиусу вписанной в этот треугольник окружности.
11. Площадь трапеции  $ABCD$  равна 810. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Отрезки, соединяющие середину  $P$  основания  $AD$  с вершинами  $B$  и  $C$ , пересекаются с диагоналями трапеции в точках  $M$  и  $N$ . Найдите площадь треугольника  $MON$ , если одно из оснований трапеции вдвое больше другого.
12. Дана задача и ее решение учеником:

Медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Точки  $A_2$ ,  $B_2$  и  $C_2$  – середины отрезков  $MA$ ,  $MB$  и  $MC$  соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника  $A_1B_2C_1A_2B_1C_2$  вдвое меньше площади треугольника  $ABC$ .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что  $AB = 4$ ,  $BC = 7$  и  $AC = 8$ .

*Решение:*

а)  $AA_2 = A_2M$ , поэтому  $S_{\triangle MA_2B_2} = 2S_{\triangle MB_2A_2}$ . Складывая это равенство симметрично по отношению к медиане, получим  $S_{ABC} = 2S_{A_1B_2C_1A_2B_1C_2}$  ч.т.д.

б)  $A_1B_2^2 + B_2C_1^2 + C_1A_2^2 + A_2B_1^2 + B_1C_2^2 + C_2A_1^2 = \frac{2}{3}(AA_1^2 + BB_1^2 + CC_1^2) = \frac{1}{6}(AB^2 + BC^2 + AC^2)$  (по формуле Лейбнера) =  $21,5$

Ответ: 21,5

Приведены критерии оценки решения этой задачи:

Содержание критерия, задание №16	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

- Оцените представленное решение задачи по критериям (в таблице), то есть поставьте баллы за приведенное решение.
- Обоснуйте свое решение по критериям.
- Если решение неверное, то приведите свое полное решение (старайтесь быть краткими).