

Вопросы к зачету по математике 1 семестр 10 класс 2017-2018 уч. год

Модуль «Множества, функции» (матем. анализ 9 неделя)

1. Множество. Классификация множеств. Способы задания множеств. Подмножество. Мощность множества. Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел.
2. Операции объединения и пересечения множеств, доказать их свойства.
3. Операции разности и дополнения множеств, доказать их свойства.
4. Упорядоченная пара. Декартово произведение множеств. Соответствия между множествами. Способы задания, типы соответствий (однозначные, одно-мнозначные и т.д.).
5. Функциональные соответствия (функции). Способы задания функций. Область определения и множество значений. Аргумент и значение функции. Действительная функция одной действительной переменной.
6. Четные и нечетные функции. Доказать арифметические теоремы о четных и нечетных функциях.
7. Четные и нечетные функции. Доказать теоремы о четности (нечетности) композиции функций. Доказать теорему о представлении функции в виде суммы четной и нечетной функций.
8. Четные и нечетные функции. Доказать теоремы о графиках четной и нечетной функции.
9. Периодические функции. Период. Основной период. Доказать теорему о том, что любой период кратен основному.
10. Периодические функции. Доказать теорему о связи периода функции $y=f(kx+b)$ с периодом функции $y=f(x)$. Доказать теорему о периодичности сложной функции.
11. Периодические функции. Доказать арифметические теоремы о периодических функциях.
12. Монотонные и ограниченные функции. Основные определения и примеры. Свойства монотонных функций.
13. Обратное соответствие и обратная функция. Доказать необходимое и достаточное условие существования обратной функции.
14. Обратная функция. Доказать достаточное условие обратимости функции (признак обратимости функции). Доказать теорему о графиках взаимно-обратных функций.

15. Линейная функция, доказать ее свойства и построить график. Прямая на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Вывести формулу для тангенса угла между прямыми.
16. Модуль числа, его свойства. Доказать неравенства о модуле суммы и разности.
17. Квадратный трехчлен. Выделение полного квадрата. Дискриминант. Вывести формулу для корней квадратного уравнения. Доказать теорему о разложении квадратного трёхчлена на линейные множители. Доказать прямую и обратную теоремы Виета.
18. Квадратичная функция, доказать ее свойства и построить график.
19. Доказать необходимое и достаточное условие того, что оба корня квадратного трехчлена меньше данного числа; что данное число располагается между корнями квадратного трёхчлена. Следствия для отрезка.
20. Доказать необходимое и достаточное условие того, что оба корня квадратного трехчлена больше данного числа. Следствия для отрезка.
21. Многочлены. Сложение, умножение, деление многочленов нацело. Сформулировать теорему о делении многочленов с остатком. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
22. Многочлены. Доказать схему Горнера.
23. Корень многочлена. Доказать теорему Безу и ее следствия.
24. Простой и кратный корень многочлена. Доказать теорему о целых корнях многочлена с целыми коэффициентами.
25. Доказать теорему о рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами.
26. Сформулировать основную теорему алгебры. Сформулировать обобщенную теорему Виета для многочлена n -й степени. Привести примеры.
27. Дробно-рациональная функция. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей.

Модуль «Параллельность в пространстве» (геометрия 7 неделя)

28. Аксиомы стереометрии. Доказать их следствия.
29. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Определения параллельных, пересекающихся, скрещивающихся прямых. Доказать признак скрещивающихся прямых. Доказать свойство скрещивающихся прямых.

30. Взаимное расположение прямой и плоскости. Определение параллельности прямой и плоскости. Доказать признак параллельности прямой и плоскости.
31. Взаимное расположение плоскостей. Доказать теорему о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и ее следствия.
32. Определение параллельности плоскостей. Доказать признак параллельности плоскостей.
33. Сформулировать свойства параллельных плоскостей, доказать теорему о линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей.
34. Сформулировать свойства параллельных плоскостей, доказать теорему об отрезках параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями, доказать теорему о транзитивности параллельности плоскостей.

Модуль «Тригонометрия» (матан 13 неделя)

35. Градусное и радианное измерение углов. Направленные углы. Числовая окружность. Определение синуса и косинуса числового аргумента. Доказать основное тригонометрическое тождество, следствия из него.
36. Функция $y = \sin x$, доказать ее свойства и построить график.
37. Функция $y = \cos x$, доказать ее свойства и построить график.
38. Функция $y = \operatorname{tg} x$, доказать ее свойства и построить график.
39. Функция $y = \operatorname{ctg} x$, доказать ее свойства и построить график.
40. Доказать теоремы сложения и формулы приведения.
41. Вывести формулы: тангенса суммы (разности) углов; тригонометрических функций двойного угла; формулы понижения степени.
42. Вывести формулы для тригонометрических функций половинных углов. Вывести формулы, выражающие синус, косинус и тангенс через тангенс половинного угла.
43. Вывести формулы для преобразования суммы синусов (косинусов) в произведение.
44. Вывести формулы для преобразования произведения синусов (косинусов) в сумму.

Модуль «Перпендикулярность в пространстве» (геометрия 11 неделя)

45. Угол между прямыми в пространстве (параллельными, пересекающимися, скрещивающимися). Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Доказать признак перпендикулярности прямой и плоскости.
46. Параллельное и ортогональное проектирование, определения и свойства. Доказать теорему о трех перпендикулярах.

47. Определение угла между наклонной и плоскостью. Теорема о расстоянии от точки до плоскости. Определение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Доказательство существования и единственности общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Доказать, что расстояние между скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра.
48. Определение двугранного угла. Определение линейного угла двугранного угла. Доказательство теоремы о площади ортогональной проекции многоугольника.
49. Определение угла между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Доказать признак перпендикулярности плоскостей. Доказать свойства перпендикулярных плоскостей.

При ответе на теоретические вопросы билета необходимо приводить примеры.

СОДЕРЖАНИЕ БИЛЕТА

- 1 Дать определение (из списка вопросов).
- 2 Дать формулировку теоремы, выписать формулы (из списка вопросов).
- 3 См. вопросы.
- 4 См. вопросы.
- 5 Задача (алгебра, свойства функций, ...)
- 6 Задача по тригонометрии.
- 7 Задача по стереометрии.

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой «Основы математики и информатики»

С.С. Граськин