

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

ФГБНУ «Федеральный институт
педагогических измерений»

О.А. Решетникова

«10» ноября 2017 г.

«СОГЛАСОВАНО»

Председатель

Научно-методического совета
ФГБНУ «ФИПИ» по математике

А.Л. Семенов

«10» ноября 2017 г.

**Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)**

Демонстрационный вариант

контрольных измерительных материалов для проведения
в 2018 году основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ

подготовлен Федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2018 году основного государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

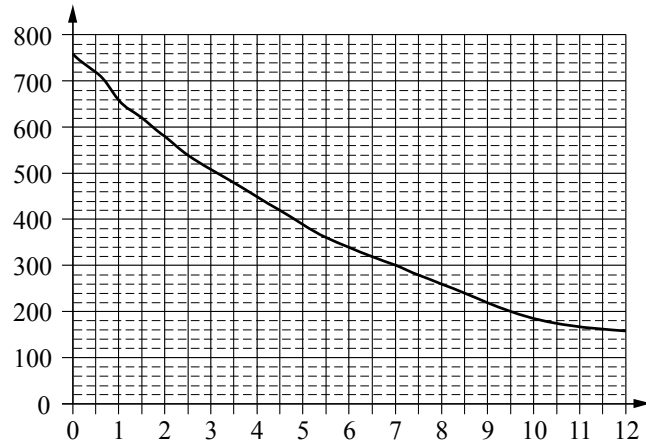
При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что **включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов контрольных измерительных материалов в 2018 году**. Разделы содержания, на которых базируются КИМ, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2018 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

4 Найдите значение выражения $\sqrt{45} \cdot \sqrt{605}$.

Ответ: _____.

5 На графике изображена зависимость атмосферного давления от высоты над уровнем моря. На горизонтальной оси отмечена высота над уровнем моря в километрах, на вертикальной — давление в миллиметрах ртутного столба. Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 620 миллиметрам ртутного столба. Ответ дайте в километрах.



Ответ: _____.

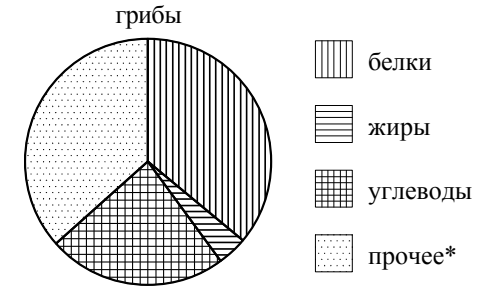
6 Решите уравнение $x^2 + x - 12 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

7 Стоимость проезда в электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей будет стоить проезд для 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

8 На диаграмме показано содержание питательных веществ в сушёных белых грибах.



* к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) В 1000 граммах грибов содержится примерно 360 г белков.
- 2) В 1000 граммах грибов содержится примерно 240 г углеводов.
- 3) В 1000 граммах грибов содержится примерно 160 г жиров.
- 4) В 1000 граммах грибов содержится примерно 500 г жиров, белков и углеводов.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

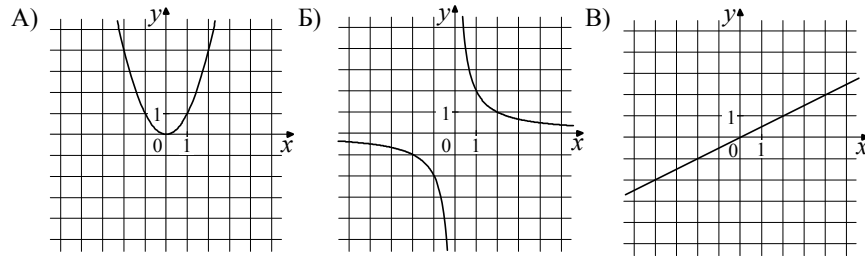
Ответ: _____.

9 На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: _____.

10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

11 В последовательности чисел первое число равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найдите пятнадцатое число.

Ответ: _____.

12 Найдите значение выражения $9b + \frac{5a - 9b^2}{b}$ при $a = 9, b = 36$.

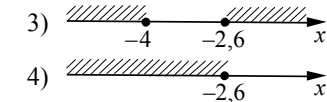
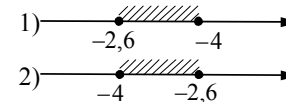
Ответ: _____.

13 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует -25 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

14 Укажите решение системы неравенств

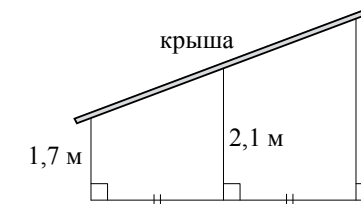
$$\begin{cases} x + 2,6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$



Ответ:

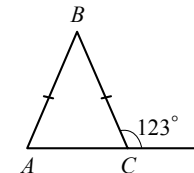
Модуль «Геометрия»

15 Наклонная крыша установлена на трёх вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рис.). Высота малой опоры 1,7 м, высота средней опоры 2,1 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



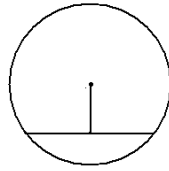
Ответ: _____.

16 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла BAC . Ответ дайте в градусах.



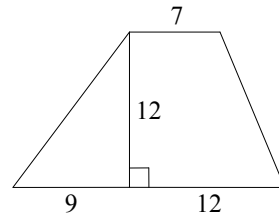
Ответ: _____.

- 17 Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5.



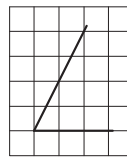
Ответ: _____.

- 18 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

- 19 Найдите тангенс острого угла, изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 20 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) В любом параллелограмме есть два равных угла.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21 Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

- 22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

- 23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

- 25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

- 26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–20 ставится 1 балл.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	0,32
2	3
3	2
4	165
5	1,5
6	3
7	1980
8	12; 21
9	0,2
10	132
11	62
12	1,25
13	-13
14	2
15	2,5
16	57
17	24
18	168
19	2
20	13; 31

Решения и критерии оценивания заданий части 2
Модуль «Алгебра»21 Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

Решение.

Исходное уравнение приводится к виду:

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0.$$

Уравнение $x^2 - 4x + 5 = 0$ не имеет корней.Уравнение $x^2 + 4x - 5 = 0$ имеет корни -5 и 1 .Ответ: -5 ; 1 .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время

равно 3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3$.Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x-2)(x+2)(x-3)(x+3).$$

При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

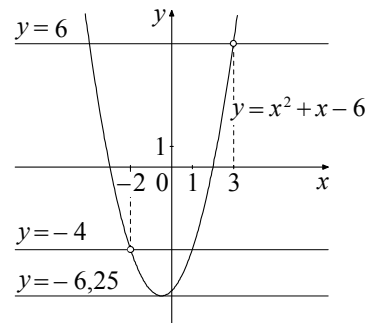
$$y = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.

Ответ: $c = -6,25$; $c = -4$; $c = 6$.



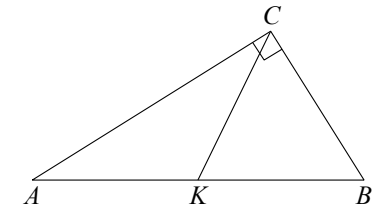
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

24 В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$\begin{aligned} CK &= \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5. \end{aligned}$$



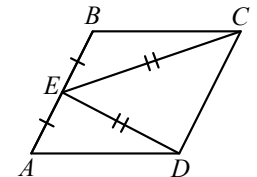
Ответ: 5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство.

Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам. Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 26 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

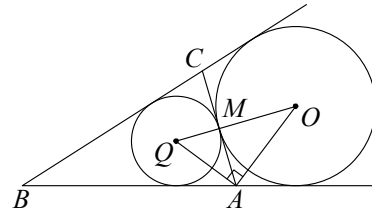
Точка касания M окружностей делит AC пополам.

Лучи AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой.

Из прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 25.12.2013 № 1394 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31206)

«48. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1) Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответ только на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2) Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух и более заданиях. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания с развёрнутым ответом 21–26.