Темы семестровой работы 8 класс 2-й семестр

1. Квадратные уравнения

Решите уравнения:

А) $(x+3)^4-13(x+3)^2+36=0$.

Б) $(2x-1)^2-|2x-1|-12=0$.

В) $(x^2-4x-12)(x^2-4x+3)=-56$

Г) Дано уравнение $(x^2-5x+2)(x^2-5x-1)=28$. а) Решите это уравнение; б) расположите корни этого уравнения в порядке возрастания.

Д) Дано уравнение $2x^2+3x-1=0$. а) Решите это уравнение; б) найдите наименьшее целое число, расположенное между корнями данного уравнения.

Е) Дано уравнение $x^2+\sqrt{3}x+2\sqrt{3}-4=0$. а) Решите это уравнение; Б) сравните корни уравнения с числом $7\sqrt{3}-12$.

2. Квадратные уравнения, теорема Виета

А) Пусть x_1 и x_2 - корни равнения $3x^2+8x-1=0$. Не решая уравнения, найдите $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ и $x_1x_2^3+x_2x_1^3$.

Б) Пусть x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2+5x-7=0$. Пользуясь теоремой Виета составьте квадратное уравнение с корнями $\frac{1}{x_1}$ и $\frac{1}{x_2}$.

В) Дано уравнение $x^2-5x+4-\sqrt{2}=0$. Пользуясь теоремой Виета составьте квадратное уравнение, корни которого в 3 раза больше корней данного уравнения.

Г) Докажите, что при всех положительных значениях параметра *a* уравнение $x^2+2|a+1|x+a^2+a=0$ имеет только положительные корни.

Д) Найдите все значения параметра *a*, при которых ровно один корень уравнения $x^2-(3a-2)x+2a^2-a-3=0$ равен нулю.

3.Преобразование алгебраических выражений

Вычислите

А) $2^{-2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}-2\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}+1\right)^2+2\sqrt{7-2\sqrt{6}}$

Б) $\sqrt{5-2\sqrt{6}}\left(5+2\sqrt{6}\right)\left(49-20\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{27}-3\sqrt{18}+3\sqrt{12}-\sqrt{8}\right)^{-1}$

В) $\left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}}+\frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}}\right)^{-2}$

Упростите выражение на области допустимых значений переменных:

Г) $\left(2+\frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t}+1}\right)\cdot\frac{3t+3\sqrt{t}}{12\sqrt{t}+8}\cdot\frac{1}{\sqrt{t}}$.

Д) $\frac{4x-5\sqrt{x}+1}{4\sqrt{x}-1}\cdot\frac{2x-\sqrt{x}-3}{3-2\sqrt{x}}+x$

Е) $\left(x^{-1}+y^{-1}\right)\left(x^{-1}-y^{-1}\right)\left(x+y\right)^{-1}$.

Ж) $\frac{1+ab^{-1}}{a^{-1}b^{-1}}\cdot\frac{a^{-1}-b^{-1}}{a^{-1}b-ab^{-1}}:\frac{ab^{-1}}{b-a}-\frac{\left(a^{-1}-b^{-1}\right)^{-1}}{\left(a-b\right)^{-1}}$.

4.Решение системы неравенств

А)Решите систему неравенств $\begin{cases}|x+1|\geq 5\\ x^2+4x<(x+1)(x+2)-8\end{cases}$

Найдите область определения функции

Б) $f(x)=\sqrt{11-2|x-1|}+\sqrt{-15-5x}+\frac{1}{8+2x}$

В) $f(x)=\left|\frac{\sqrt{-8x-8}-x}{4|x|-12}\right|-\left(\frac{3}{\sqrt{x+12}}\right)^2$

Г) $f(x)=\frac{|x|+\sqrt{x+1}}{2x^2+2x-1}-\frac{3x}{\sqrt{1-x}}$

5.Задача на работу или движение

А) Вагон разгружается двумя бригадами за 6 ч. Первая бригада, работая одна, могла бы выполнить эту работу на 5 ч быстрее, чем одна вторая бригада. За сколько часов каждая бригада, действуя отдельно, может разгрузить этот вагон?

Б) Теплоход с туристами прошел по течению реки 10 км и против течения 8 км, затратив на весь путь 3 часа. Найдите скорость теплохода по течению и против течения, если скорость самого течения 3 км/ч.

6.Геометрическая задача: треугольники

А)В прямоугольном треугольнике *ABC* один катет равен $14\sqrt{10}$, а проекция второго катета на гипотенузу равна 9. Найти гипотенузу и высоту, опущенную на гипотенузу этого треугольника.

Б) В прямоугольном треугольнике синус острого угла равен $\frac{4}{5}$, а высота, проведённая к гипотенузе, равна 12 см. Найти площадь данного прямоугольного треугольника.

В) Биссектриса угла *A* параллелограмма *ABCD* пересекает сторону *BC* в точке *K* и прямую *CD* в точке *M*. Найдите площадь параллелограмма, если площадь треугольника *KMC* равна 4 и сторона параллелограмма *BC* в три раза больше стороны *AB*.

Г) В прямоугольном треугольнике *ABC* проведена высота *CK* из вершины прямого угла *C*, а в треугольнике *ACK* – биссектриса *CE*. Найдите длину катета *BC*, если известно, что *AB*=10, *AE*=2.

Д) В треугольник *ABC* вписана прямоугольная трапеция *ADFE* так, что угол *A* у них общий, а противоположная ему вершина *F* лежит на стороне *BC*. Боковая сторона *FE* перпендикулярна стороне *AC* треугольника, а диагональ *AF* перпендикулярна стороне *BC*. Отрезки *AE* и *EC* равны соответственно 25 см и 9см. Найдите отношение *BF : FC*, если известно, что высота треугольника *ABC*, опущенная из вершины *B*, равна 25 см.

7. Геометрическая задача: углы в окружности, касательная и секущая к окружности.

А)Точки *A*, *B*, *C*, *D* последовательно расположены на окружности. Известно, что градусные меры меньших дуг *AB*, *BC*, *CD* и *AD* относятся как 1:3:5:6. Найдите углы четырехугольника *ABCD*.

Б)В выпуклом четырехугольнике *ABCD* известно, что угол *ACB* равен 25 градусов, угол *ACD* равен 40 градусов, и угол *BAD* равен 115 градусов. Найти угол *ADB*.

В) *AB* и *AD* – две касательные к некоторой окружности радиуса 5 см (*B* и *D* – точки касания). Точка *C* принадлежит большей из дуг *BD*. Найдите угол *BCD*, если *AB* = 5 см.

Г) Две окружности радиусов 9 и 3 см касаются внешним образом в точке *A*, через которую проходит их общая секущая *BC*. Найдите длину отрезка *AB*, если *AC* = 5 см.

8.Геометрическая задача на доказательство.

А) Докажите, что если в трапецию можно вписать окружность, то боковая сторона трапеции видна из центра окружности под прямым углом.

Б) Докажите, что диагональ правильного пятиугольника параллельна одной из его сторон.

В) Диагонали *AC* и *BD* вписанного четырехугольника *ABCD* перпендикулярны и пересекаются в точке *M*. Докажите, что прямая, проходящая через точку *M* и середину стороны *AD*, перпендикулярна *BC*.

9. Геометрическая задача: вписанные и описанные окружности.

А) Трапеция ABCD (AD параллельно BC) вписана в окружность, радиус которой равен 4 см; AC- биссектриса угла A, $\angle BCA=30^\circ$. Найдите площадь трапеции.

Б) В прямоугольный треугольник вписана окружность, которая точкой касания разбивает гипотенузу на отрезки равные 10см и 15см. Найдите радиус вписанной окружности, радиус описанной окружности и площадь треугольника.

В) В равнобедренную трапецию периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Г) Прямоугольный треугольник вписан в окружность радиуса 5. В этот же треугольник вписана окружность радиуса 2. Найдите стороны и площадь этого треугольника.

10. Исследование графика функции $y = f(x)$ и решение уравнения с параметром.

Построить график функции

А) $y=\dfrac{x^2+3x+2}{4-x^2}$. Найти все значения параметра a, для которого уравнение $y=a$ не имеет решения.

Б) $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+4}+1, \text{ если } -4\le x<0\\ |x-4|-1, \text{ если } 0\le x\le 6\end{cases}$. Найти все значения параметра a, для которого уравнение $y=a$ имеет решения.

В) $y=\begin{cases}1-\dfrac{x-3}{x^2-4x+3}, \text{ при } x\ge 2,\\ 1-|x-1|, \text{ при } x<2\end{cases}$. Определите, при каких значениях параметра m прямая $y=m$ имеет с графиком 2 общие точки и выпишите координаты этих точек при каждом из найденных значений параметра m.

Г) $y=\dfrac{(x^2-6x+8)(x-1)}{|x-1|}$. а) Укажите множество всех значений аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения; б) Найдите все значения параметра a, при которых прямая $y=a$ не пересекает график данной функции.