

**Вопросы по математике к переводному экзамену в 11 класс**  
2017-2018 учебный год

1. Функциональное соответствие (функция). Возрастающая (убывающая) на множестве функция. Ограниченная снизу (сверху) на множестве; чётная (нечётная) функции. Теоремы о графиках чётной и нечётной функций.
2. Периодическая функция. Теорема о сумме и произведении функций с одинаковым периодом. Теорема о том, что любой период кратен основному. Теорема о нахождении периода функции  $y=f(kx)$  по периоду функции  $y=f(x)$ . Арифметические теоремы. Теорема о периодичности сложной функции.
3. Обратная функция. Доказать достаточное условие обратимости. Теорема о графиках взаимно обратных функций.
4. Линейная функция, доказать её свойства. Прямая на плоскости, связь с уравнением первой степени. Вывести уравнение прямой, проходящей через две точки. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Формула для тангенса угла между прямыми.
5. Квадратный трёхчлен. Выделение полного квадрата. Решение квадратных уравнений. Прямая и обратная теоремы Виета.
6. Квадратичная функция, её свойства и график. Сформулировать условия того, что оба корня квадратичной функции больше данного числа; по разные стороны от данного числа; меньше данного значения. (Доказать одну из теорем по указанию преподавателя).
7. Радианное измерение углов. Соответствие между действительными числами и точками на координатной окружности. Определение синуса и косинуса числового аргумента. Основное тригонометрическое тождество, следствия из него. Функции  $y=\sin x$  и  $y=\cos x$ , доказать свойства и построить графики.
8. Соответствие между действительными числами и точками на координатной окружности. Определение синуса и косинуса числового аргумента. Функции  $y=\operatorname{tg} x$  и  $y=\operatorname{ctg} x$ , доказать свойства и построить графики.
9. Вывести формулы сложения для  $\sin(\alpha + \beta), \sin(\alpha - \beta), \cos(\alpha + \beta), \cos(\alpha - \beta)$ . Вывести формулы приведения.
10. Вывести формулы сложения для  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta), \operatorname{tg}(\alpha - \beta), \operatorname{ctg}(\alpha + \beta), \operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$ . Вывести формулы двойного аргумента. Вывести формулы понижения степени.
11. Вывести формулы для  $\sin(\alpha/2), \cos(\alpha/2), \operatorname{tg}(\alpha/2)$  через  $\cos \alpha$ . Вывести формулы для  $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$  через  $\operatorname{tg}(\alpha/2)$ .
12. Вывести формулы для преобразования суммы тригонометрических функций  $\sin \alpha \pm \sin \beta, \cos \alpha \pm \cos \beta$  в произведение, произведений  $\sin \alpha \cdot \sin \beta, \cos \alpha \cdot \cos \beta, \sin \alpha \cdot \cos \beta$  в сумму.
13. Многочлен, определение простого и кратного корня многочлена. Доказать схему Горнера. Теорема Безу, следствия.
14. Теоремы о целых и рациональных корнях многочлена с целыми коэффициентами.
15. Сформулировать основную теорему алгебры. Сформулировать обобщенную теорему Виета для многочлена  $n$ -й степени. Дробно-рациональная функция. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей.
16. Доказать свойства степени с рациональным показателем. Степенная функция с натуральным, целым и рациональным показателем, её свойства и график.
17. Показательная функция, доказать свойства и построить график, связь с логарифмической функцией.
18. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Теоремы о логарифме произведения, степени, частного.
19. Теорема о логарифме числа по основанию  $a^a$ . Теорема о переходе к логарифму с новым основанием.
20. Логарифмическая функция, доказать свойства и построить график, связь с показательной функцией.

21. Предел числовой последовательности. Геометрическая интерпретация. Теорема о единственности предела.
22. Бесконечно малая последовательность. Теорема о последовательности, ее пределе и бесконечно малой. Теорема о произведении бесконечно малой последовательности на ограниченную.
23. Арифметические теоремы о пределах последовательностей (предел суммы, произведения, частного сходящихся последовательностей).
24. Бесконечно большие последовательности. Теорема о связи бесконечно больших последовательностей с бесконечно малыми.
25. Теорема о предельном переходе в неравенстве для последовательностей. Теорема о «зажатой» последовательности.
26. Возрастающая (убывающая), ограниченная сверху (снизу) последовательности. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности (без доказательства). Число  $\epsilon$  как предел числовой последовательности.
27. Арифметическая прогрессия, сумма первых  $n$  членов, характеристическое свойство.
28. Геометрическая прогрессия, сумма первых  $n$  членов, характеристическое свойство. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, доказать формулу для ее суммы.
29. Функции  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos$ , доказать свойства и построить графики.
30. Функции  $y = \arctg x$ ,  $y = \text{arcctg } x$ , доказать свойства и построить графики.
31. Вывести формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
32. Аксиомы стереометрии. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Доказать признак и свойство скрещивающихся прямых.
33. Взаимное расположение прямой и плоскости. Определение параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и ее следствия.
34. Определение параллельности плоскостей. Признак параллельности плоскостей. Сформулировать свойства параллельных плоскостей, Теорема о линии пересечения двух параллельных плоскостей третьей. Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями.
35. Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
36. Определение угла между наклонной и плоскостью. Теорема о расстоянии от точки до плоскости. Определение общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Теорема о существовании и единственности общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых. Доказать, что расстояние между скрещивающимися прямыми равно длине их общего перпендикуляра.
37. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.
38. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Доказать признак перпендикулярности плоскостей. Доказать свойства перпендикулярных плоскостей.
39. Параллельное и ортогональное проектирование, определение и свойства. Доказать теорему о трех перпендикулярах.
40. Определение направленного отрезка и вектора. Равные, сонаправленные (противонаправленные) вектора. Сложение векторов и умножение вектора на число, их свойства.
41. Коллинеарные и компланарные векторы. Теорема о компланарности трех векторов, если один из них разлагается по двум другим.
42. Определение линейной зависимости и независимости векторов, доказать их свойства. Геометрический смысл линейной зависимости двух и трех векторов.
43. Теорема о разложении вектора по трем некопланарным векторам. Базис на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Аффинная система координат. Теоремы о координатах суммы и произведения вектора на число.
44. Угол между прямыми. Угол между векторами. Ортогональные векторы. Ортонормированный базис. Декартова система координат. Доказать формулу для расстояния между точками в декартовой системе координат.

45. Скалярное произведение векторов. Вывести формулу для вычисления его в ортонормированном базисе.
46. Скалярное произведение векторов. Доказать свойства скалярного произведения векторов.
47. Проекция вектора на вектор. Доказать свойства проекций векторов. Вывести формулу для деления отрезка в данном отношении.
48. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение двух векторов, доказать его свойства. Вывести формулу для вычисления векторного произведения в ортонормированном базисе.
49. Смешанное произведение векторов, доказать его свойства. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов. Вывести формулу для вычисления смешанного произведения в ортонормированном базисе.
50. Предел функции в точке по Коши. Предел функции в точке по Гейне. Эквивалентность этих определений.
51. Бесконечно малая функция. Теорема о функции, её пределе и бесконечно малой. Теорема о произведении бесконечно малой функции на ограниченную функцию.
52. Арифметические теоремы о пределах функции в точке (предел суммы, произведения, частного).
53. Предел функции на бесконечности. Бесконечно большая функция. Теорема о связи бесконечно большой и бесконечно малой функций.
54. Односторонние пределы. Связь существования предела функции в точке с существованием односторонних пределов.
55. Теоремы о единственности предела функции в точке и о предельном переходе в равенстве.
56. Теорема о предельном переходе в неравенстве. Теорема о “зажатой” функции.
57. Теорема о пределе сложной функции (замена переменной в пределе).
58. Теорема о первом замечательном пределе и следствия. Второй замечательный предел и следствия.
59. Непрерывность функции в точке. Доказать эквивалентность двух определений непрерывности.
60. Арифметические теоремы о функциях непрерывных в точке.
61. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о непрерывности сложной функции.
62. Обратная функция. Теорема о монотонности и непрерывности обратной функции. Сформулировать свойства функции, непрерывной на отрезке.
63. Классификация точек разрыва функции. Виды и уравнения асимптот графика функции.
64. Производная функции в точке, её геометрический смысл. Вывести уравнения касательной и нормали к графику функции в точке. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
65. Вывести формулы для производных степенной, показательной и логарифмической функций.
66. Вывести формулы для производных синуса и косинуса, тангенса и котангенса.
67. Теорема о производной обратной функции. Вывести формулы для производных обратных тригонометрических функций.
68. Левая и правая производные, необходимое и достаточное условие существования производной. Бесконечная производная. Теорема о производной сложной функции.
69. Арифметические теоремы о производных.
70. Понятие максимума и минимума функции в точке. Теорема Ферма (необходимые условия экстремума).
71. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений.
72. Признаки возрастания и убывания функции. Доказать достаточные условия экстремума (по первой производной).

#### **ПРИМЕЧАНИЯ:**

1. Все теоремы, признаки курса, если не указано иначе, должны быть представлены с доказательством.
2. При ответе на вопросы билета теоретический материал необходимо иллюстрировать примерами.
3. Весь пройденный материал, не включенный в список вопросов, может быть проверен с помощью задач и дополнительных вопросов.
4. Содержание билета:
  1. Дать определение (из списка вопросов).
  2. Дать формулировку теоремы, выписать без доказательства формулы (из списка вопросов).
  3. См. вопросы.
  4. См. вопросы.
  5. Задача (алгебра, свойства функций, ...)
  6. Задача по тригонометрии.
  7. Задача по стереометрии.